**Feuille 6 – Corrigé**

Exercice 1 :



Exercice 2 :

1. est définie sur

Et , donc :

Exercice 3 :

1. On a :

Où l’on a posé le changement de variable

Exercice 4 :

1. Soit , posons .

Alors :

De même,

Et enfin,

1. On utilise le changement de variable proposé, on a
2. Ici, il faut découper grâce à la relation de Chasles :

Exercice 5 :



On pose alors , on obtient et (n’oublions pas que l’on a le droit car la fonction est bijective sur ).

Ainsi

1. Nommons cette intégrale et posons (pas de problème, la fonction

est bijective même sur ).

On a donc , et

1. Notons . Il y a plusieurs manières de voir le problème.

1ère méthode : graphique

Littéralement, l’intégrale représente l’aire sous la courbe de l’intégrande. Ainsi, si l’on pose , on obtient , qui est l’équation de cercle de centre 0 et de rayon . Ainsi, compte tenu des restrictions de l’équation initiale (comme la fonction racine carrée est à valeur dans , est forcément uniquement positif), on voit que l’on se ramène à calculer l’aire du demi-cercle supérieur de centre et de rayon 1. Ainsi .

2ème méthode : analytique

On a l’intégrale de quelque chose en «  » qui rappelle une forme trigonométrique. Ainsi on peut poser (attention, comme le changement de variable doit rester bijectif sur , on ne peut pas prendre  !)

On a ainsi , et donc

1. On voit qu’on intègre une fonction impaire sur un segment centré en zéro, donc l’intégrale est forcément nulle.
2. Soit

On pose, comme proposé .

On a alors , et